

Università degli Studi di Napoli “Federico II”  
Facoltà di Ingegneria  
Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Anno Accademico 2010/2011

**Modulo di  
Manovre e Stabilità**

**(allievi J-Z)**

Docente: Agostino De Marco

Esempio di calcolo della corda media,  
del centro aerodinamico,  
di  $\alpha_{0L}$ , di  $C_{M_{ac}}$  di un'ala finita

## Simboli ed unità di misura

<i>Simbolo</i>	<i>Unità di misura</i>	<i>Descrizione</i>
$\alpha$	gradi	Angolo d'attacco
$AR$	adimensionale	Allungamento alare
$A_{Ie}$	gradi	Angolo di freccia
$\lambda$	adimensionale	Rapporto di rastremazione ( $c_t/c_r$ )
$c_r$	m	Corda di radice
$c_t$	m	Corda d'estremità
$\varepsilon_r$	gradi	Svergolamento radice (nullo per definizione)
$\varepsilon_t$	gradi	Svergolamento d'estremità
$\alpha_{0\ell}$ (detto anche $\alpha_{0\ell,2D}$ )	gradi	Angolo di portanza nulla del profilo
$\alpha_{0L}$ (detto anche $\alpha_{0L,W}$ )	gradi	Angolo di portanza nulla dell'ala
$\Delta\alpha_{0\ell}$	gradi	Variazione angolo di portanza nulla di profilo
$b$	m	Apertura alare
$\eta$	adimensionale	Semicorda alare adimensionalizzata
$\bar{c}$	m	<i>mean aerodynamic chord</i> , m.a.c.
$C_{Mac}$	adimensionale	Coefficiente di momento dell'ala rispetto all'a.c.
$(C_{Mac})_a$	adimensionale	Contributo al $C_{Mac}$ dovuto al carico addizionale
$(C_{Mac})_b$	adimensionale	Contributo al $C_{Mac}$ dovuto al carico basico
$S$	$m^2$	Superficie alare
$S_f$	$m^2$	Superficie interessata dal flap
$y_{mac}$	m	Posizione della m.a.c.
$x_{mac}$	m	Posizione della m.a.c.
$C_{m0}$	adimensionale	Coefficiente di momento del profilo
$C_{l\alpha}$	1/gradi	Pendenza della retta di portanza del profilo
$\bar{x}_{ac,2D}$	m	Posizione dell'a.c. di profilo
$x_{ac,W}$	m	Posizione dell'a.c. dell'ala
$\bar{x}_{ac,W}$	adimensionale	$\bar{x}_{ac,W}/\bar{c}$
$\bar{y}_{ac}$	adimensionale	Posizione in apertura dell'a.c.
$C_{eff}$	m	Legge effettiva delle corde
$C_{ell}$	m	Legge ellittica delle corde

$cC_\ell$	m	Carico totale
$(cC_\ell)_a$	m	Carico addizionale
$(cC_\ell)_b$	m	Carico basico

## Dati iniziali

- $AR = 6$
- $c_r = 1,0$  m
- $\lambda = 0,5$
- Profilo di radice NACA 2418
  - $\alpha_{0l} = -2,3^\circ$
  - $C_{m0} = -0,05$
  - $C_{l\alpha} = 0,103$  (1/gradi)
  - $\bar{x}_{ac,2D} = 0,241$
- Profilo d'estremità NACA 1412
  - $\alpha_{0\ell} = -1,1^\circ$
  - $C_{m0} = -0,025$
  - $C_{\ell\alpha} = 0,108$  (1/gradi)
  - $\bar{x}_{ac,2D} = 0,252$
- $\varepsilon_t = -3,0^\circ$
- Grandezze che descrivono l'estensione e l'effetto della deflessione dei flap:
  - $\eta_i = 0,2$
  - $\eta_o = 0,7$
  - $\Delta\alpha_{0\ell} = -5^\circ$  (variazione uniforme introdotta dalla deflessione)

## Svolgimento

A partire dai dati ci proponiamo di determinare:

- l'angolo di portanza nulla  $\alpha_{0L}$  dell'ala finita in configurazione pulita (*flaps-up*) e con i flap estesi (*flaps-down*).
- la corda media aerodinamica  $\bar{c}$  — detta d'ora in avanti “m.a.c.” (*mean aerodynamic chord*),
- la posizione  $x_{ac,W}$  del centro aerodinamico — detto d'ora in avanti “a.c.” (*aerodynamic center*).

### Ala in configurazione pulita

Iniziamo dalla configurazione pulita dell'ala (*flaps-up*).

Conoscendo il rapporto di rastremazione  $\lambda$  calcoliamo la corda d'estremità

$$c_t = \lambda \cdot c_r = 0,5 \text{ m}$$

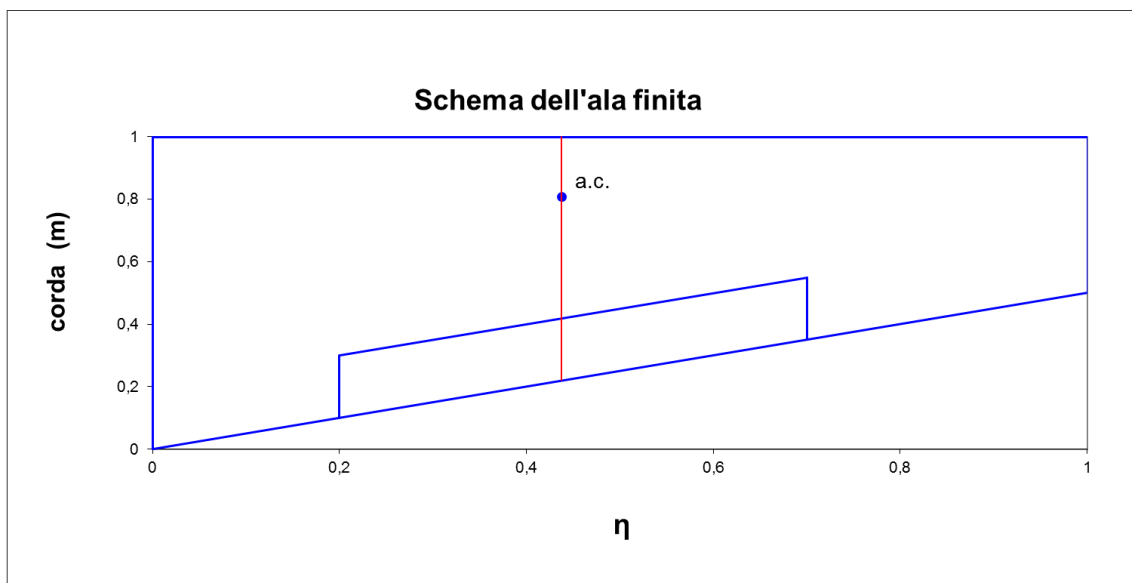
L'apertura alare  $b$  si può calcolare, ad esempio, tramite la seguente formula

$$S = 2 \frac{(c_t \cdot \cos \varepsilon_t + c_r) \frac{b}{2}}{2}$$

che esprime la superficie alare  $S$  come il doppio dell'area di una semiala di forma in pianta trapezoidale. Il trapezio ha per base maggiore  $c_r$ , per base minore  $c_t \cos \varepsilon_t$ , altezza  $b/2$ . Imponendo l'uguaglianza del secondo membro per il prodotto della corda media geometrica per la  $b$  si ottiene

$$b = 4.498 \text{ m} \approx 5 \text{ m}$$

Con tali informazioni possiamo disegnare la forma in pianta dell'ala.



La superficie alare è

$$S = \frac{b^2}{AR} = 3,372 \text{ m}^2$$

Per le corde lungo la semiapertura alare assumiamo un legge lineare con  $y$

$$c(y) = c_r - (c_r - c_t) \frac{y}{b/2} = (1 - 0.222y) \quad (\text{m})$$

In questo modo possiamo ricavarci la  $m.a.c.$

$$\bar{c} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c^2(y) dy = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} \left( c_r - (c_r - c_t) \frac{y}{b/2} \right)^2 dy = 0.778 \text{ m}$$

La posizione della  $m.a.c.$  possiamo valutarla tramite

$$x_{m.a.c.} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} x_{l.e.}(y) \cdot c(y) dy = 0 \text{ m}$$

$$y_{m.a.c.} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y \cdot c(y) dy = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y \cdot \left( c_r - (c_r - c_t) \frac{y}{b/2} \right) dy = 0.985 \text{ m}$$

La posizione e la lunghezza della *m.a.c.* possono essere valutate tramite formule approssimate da *Torenbeek Egber - Synthesis of Subsonic Airplane Design pag. 441*

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = 0.778 \text{ m}$$

$$y_{m.a.c.} = \frac{b}{2} \cdot \frac{1 + 2\lambda}{3 \cdot (1 + \lambda)} = 1.0 \text{ m}$$

Si noti come l'utilizzo delle formule approssimate ci dia dei risultati molto soddisfacenti, la *m.a.c.* è la stessa mentre la  $y_{m.a.c.}$  evidenzia un errore percentuale minore del 2% (valore accettabile).

Per procedere ipotizziamo un andamento lineare lungo la semiapertura alare anche per le restanti grandezze oltre alle corde, e partendo dai dati iniziali relativi ai due profili scelti otteniamo

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_r - (\varepsilon_r - \varepsilon_t) \frac{y}{b/2} = -1.33 \cdot y \quad (\text{gradi})$$

$$C_{m0}(y) = C_{m0_r} - (C_{m0_r} - C_{m0_t}) \frac{y}{b/2} = -0.05 + 0.011 \cdot y$$

$$\alpha_{0l}(y) = \alpha_{0l_r} - (\alpha_{0l_r} - \alpha_{0l_t}) \frac{y}{b/2} = -2.3 + 0.533 \cdot y \quad (\text{gradi})$$

$$C_{l\alpha}(y) = C_{l\alpha_r} - (C_{l\alpha_r} - C_{l\alpha_t}) \frac{y}{b/2} = 0.103 + 0.0022 \cdot y \quad (1/\text{gradi})$$

$$\bar{x}_{a.c.} = \bar{x}_{a.c.r} - (\bar{x}_{a.c.r} - \bar{x}_{a.c.t}) \frac{y}{b/2} = 0.241 + 0.00488 y$$

Noti gli andamenti (lineari) delle grandezze in gioco ci ricaviamo l'angolo d'attacco di portanza nulla dell'ala

$$\alpha_{0L} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot [\alpha_{0l}(y) - \varepsilon(y)] dy = -0.44^\circ$$

Per calcolare la posizione del centro aerodinamico dell'ala (*a.c.*) utilizziamo le seguenti espressioni

$$\bar{x}_{a.c.} = \frac{2}{C_L S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot C_{l\alpha}(y) \cdot \bar{x}_{a.c.}(y) dy$$

$$\bar{y}_{a.c.} = \frac{2}{C_L S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot C_{l\alpha}(y) \cdot y dy$$

Come ci si può rendere conto abbiamo bisogno di ricavarci il carico addizionale  $(cC_l)_a$  della semiala presa in considerazione. A tal fine applichiamo il *Metodo di*

*Schrenk* per regimi lineari così come è espresso negli appunti *Losito - Teoria e metodi di aeronautica applicata* (pag 52-53).

Tale metodo considera il carico agente su una semiala pari alla somma di due contributi, il carico basico e il carico addizionale

$$(cC_l) = (cC_l)_b + (cC_l)_a = (cC_l)_b + C_L \cdot (cC_l)_{a1}$$

Il contributo addizionale è esprimibile come il prodotto di  $C_L$  per una funzione  $(cC_l)_{a1}$  indipendente dall'angolo d'attacco (che idealmente corrisponde al carico addizionale per  $C_L = 1$ ).

Per quanto riguarda il carico basico esso è il carico che si manifesta sull'ala (semiala) quando è investita da una corrente parallela alla r.p.n. (retta di portanza nulla) e quindi dipende da parametri geometrici dell'ala (semiala)

$$(cC_l)_b = \frac{1}{2} c(y) \cdot C_{l\alpha}(y) \cdot [\varepsilon(y) - \alpha_{0L}]$$

Il carico addizionale viene valutato come media tra la distribuzione di corde dell'ala (semiala) considerata e la distribuzione di corde di un'ala (semiala) ellittica avente la stessa area ed apertura di quella considerata

$$(cC_l)_{a1} = \frac{c + c_{ell}}{2}$$

Tale relazione è valida se lo spessore percentuale dei profili dell'ala (semiala) è costante lungo l'apertura, nel caso che stiamo analizzando abbiamo due tipi di profili con diversi spessori percentuali, uno alla radice e uno all'estremità con una variazione lineare lungo l'apertura alare e questo comporta necessità di applicare la seguente formula alternativa

$$(cC_l)_{a1} = \frac{c_{eff} + c_{ell}}{2}$$

nella quale la distribuzione di corde ellittica è

$$c_{ell} = \frac{4S}{\pi b} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}$$

mentre la distribuzione di corde effettiva

$$c_{eff} = \frac{c(y) \cdot C_{l\alpha}(y)}{\bar{C}_{l\alpha}}$$

nella quale

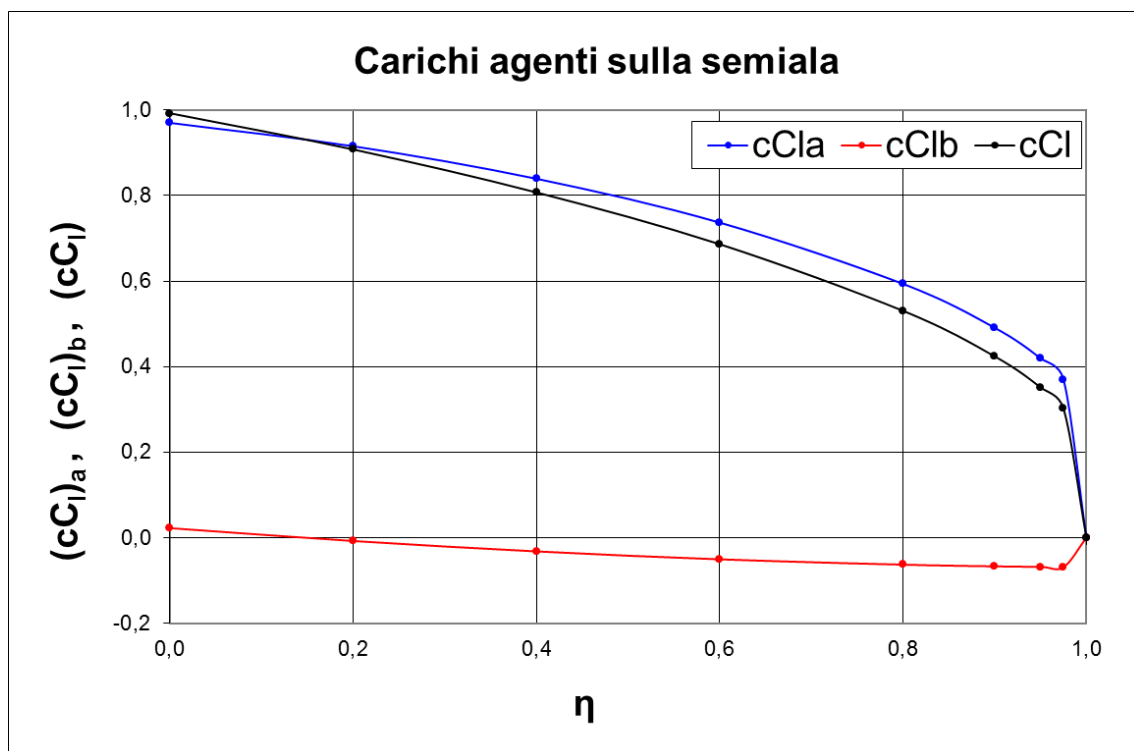
$$\bar{C}_{l\alpha} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} C_{l\alpha}(y) \cdot c(y) dy = 0.105 \quad (1/\text{gradi})$$

eseguendo il metodo su esposto con l'ausilio di un foglio di calcolo, otteniamo sulla semiala quanto segue:

Metodo Schrenk									
y (m)	$\eta$	$\varepsilon$ (gradi)	$C_{la}$ (1/°)	c (m)	$c_{eff}$ (m)	$c_{ell}$ (m)	$(cCl)_a$ (m)	$(cCl)_b$ (m)	cCl (m)
0	0,000	0,00	0,1030	1,0000	0,985	0,954	0,970	0,023	0,992
0,45	0,200	-0,60	0,1040	0,9000	0,895	0,935	0,915	-0,008	0,908
0,90	0,400	-1,20	0,1050	0,8000	0,803	0,875	0,839	-0,032	0,807
1,35	0,600	-1,80	0,1060	0,7000	0,710	0,764	0,737	-0,051	0,686
1,80	0,800	-2,40	0,1070	0,6000	0,614	0,573	0,593	-0,063	0,530
2,02	0,900	-2,70	0,1075	0,5500	0,566	0,416	0,491	-0,067	0,424
2,14	0,950	-2,85	0,1078	0,5250	0,541	0,298	0,420	-0,068	0,351
2,19	0,975	-2,93	0,1079	0,5125	0,529	0,212	0,370	-0,069	0,302
2,25	1,000	-3,00	0,1080	0,5000	0,517	0	0,000	0,000	0,000

(si omette la restante parte dei dati)

I valori precedenti, riportati in grafico, sono i seguenti

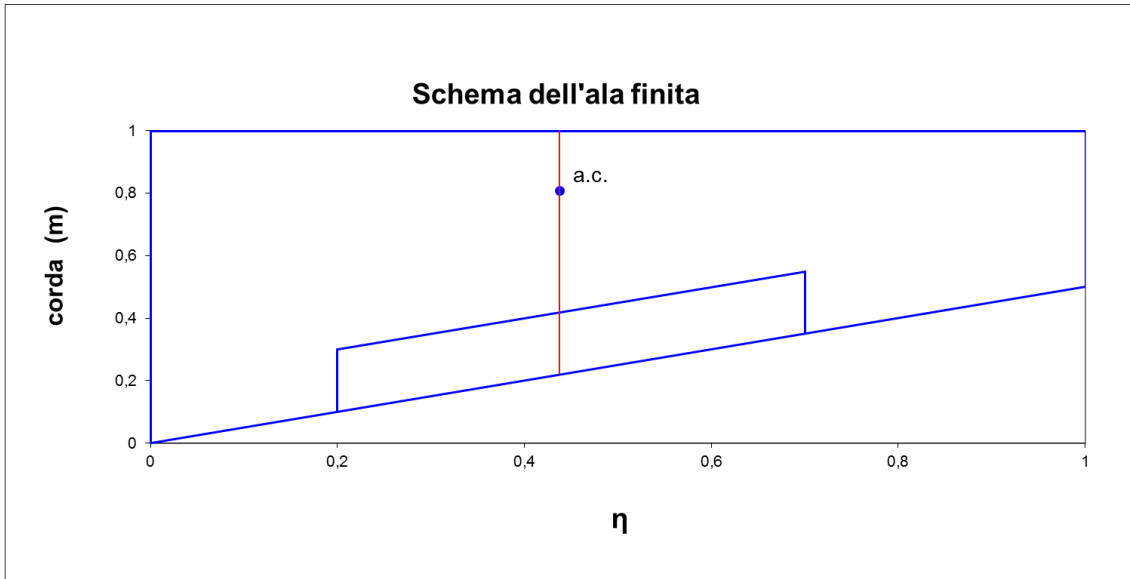


Da notare che si è posto  $(cCl)_a$  e  $(cCl)_b$  nulli a  $\eta=0$  in virtù del fatto che all'estremità il carico è nullo, quindi necessariamente all'estremità il metodo è approssimato. Una volta ottenuto il carico addizionale ci possiamo calcolare la posizione del centro aerodinamico dell'ala (semiala) che sarà

$$\bar{x}_{ac,w} = \frac{2}{C_L S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot C_{la}(y) \cdot \bar{x}_{a.c.}(y) dy = 0.2467 [24.67\% \text{ di } \bar{c}] \Rightarrow 0.192 \text{ m}$$

$$\bar{y}_{ac,w} = \frac{2}{C_L S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot C_{la}(y) \cdot y dy = 0.985 \text{ m}$$

Riportiamo l'*a.c.* e la *m.a.c.* sull'ala (semiala)



Per calcolare il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico dell'ala (semiala) dobbiamo valutare due contributi come è riportato in *Roskam - Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls* (pag. 50)

$$C_{M_{ac}} = (C_{M_{ac}})_b + (C_{M_{ac}})_a$$

quello dovuto al carico basico

$$(C_{M_{ac}})_b = \frac{2\pi}{S \bar{c}} \int_0^{b/2} [\alpha_{0L} + \varepsilon_g(y) - \alpha_{0l}(y)] \cdot c(y) \cdot [x_{ac,2D}(y) - x_{ac,w}] dy = 0.0027$$

e quello dovuto al carico addizionale

$$(C_{M_{ac}})_a = \frac{2}{S \bar{c}} \int_0^{b/2} C_{m0}(y) \cdot c^2(y) dy = -0.0402$$

quindi in definitiva abbiamo che il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico dell'ala è

$$C_{M_{ac}} = -0.0375$$

### Ala con flap esteso

Passiamo ora ad analizzare la nostra ala (semiala) con flap esteso. Ci proponiamo di trovare gli stessi parametri ricavati per l'ala (semiala) in configurazione pulita.

Per iniziare valutiamo l'angolo di portanza nulla dell'ala (semiala) con flap esteso

$$\alpha_{0L} \cong \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot [\alpha_{0l}(y) - \varepsilon(y)] dy + 2 \frac{S_f}{S} \Delta\alpha_0 = -3.02^\circ$$

con

$$S_f = \int_{\eta_1 \cdot b/2}^{\eta_0 \cdot b/2} c(y) dy = \int_{0.2 \cdot b/2}^{0.7 \cdot b/2} [c_r - (c_r - c_l)] dy = 0.872 m^2$$



La quantità  $S_f$  rappresenta, come si nota dall'espressione, la parte dell'ala (semiala) interessata dal flap (dal bordo d'attacco fino al bordo d'uscita).

Per il calcolo della posizione del centro aerodinamico dell'ala (semiala) con flap esteso abbiamo bisogno del carico addizionale e per tale ragione applichiamo il *Metodo di Schrenk* con una precisazione importante, negli appunti *Losito - Teoria e metodi di aeronautica applicata* (pag. 52-53) l'eventuale presenza di un flap deve essere considerata come un improvviso svergolamento e quindi tale notazione risulta fondamentale per il calcolo del carico basico quindi

$$(cC_l) = (cC_l)_b + C_L \cdot (cC_l)_a$$

con  $C_L=1$ . Per il carico basico dobbiamo distinguere due zone, quella interessata al flap e quella esterna al flap, quindi il carico basico è somma di tre aliquote

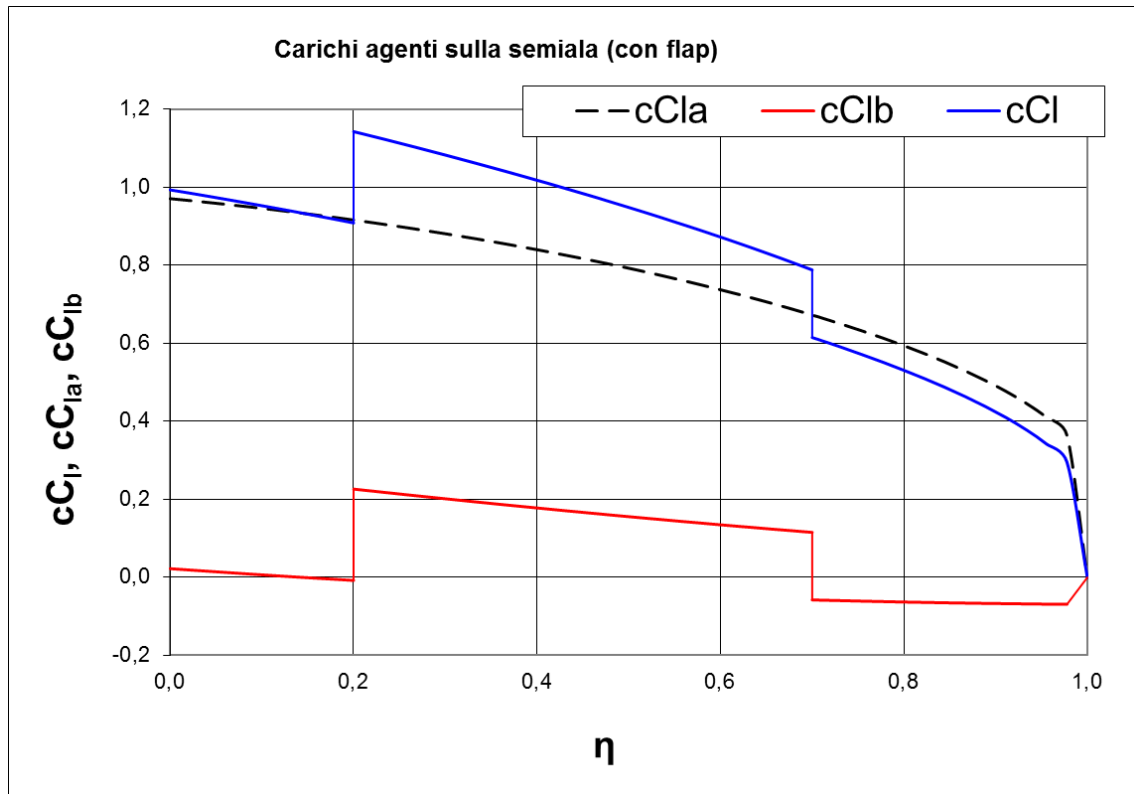
$$(cC_l)_b = (cC_l)_b|_{\eta_0}^{\eta_0} + (cC_l)_b|_{\eta_0}^{\eta_i} + (cC_l)_b|_{\eta_i}^{b/2}$$

con

$$(cC_l)_b|_{\eta_0}^{\eta_i} = \frac{1}{2} c(y) \cdot C_{l\alpha}(y) \cdot [\varepsilon(y) - \alpha_{0L} - \Delta\alpha_{0l}]$$

La quantità  $\Delta\alpha_{0l}$  rappresenta la variazione dell'angolo di portanza nulla dei profili interessati dalla zona del flap e quindi il suo valore cambiato di segno rappresenta la variazione (deflessione) del flap, quindi se  $\Delta\alpha_{0l}$  è negativo ciò implica che l'angolo del flap è positivo (deflesso verso il basso). Per tale ragione che è stato usato il segno negativo prima di  $\Delta\alpha_{0l}$  in virtù del fatto che una deflessione verso il basso del flap (valore negativo di  $\Delta\alpha_{0l}$ ) comporta un incremento di circolazione nella zona influenzata da esso e quindi un aumento del carico e della portanza.

I restanti contributi del carico basico sono stimati con l'espressione utilizzata per l'ala (semiala) in configurazione pulita tenendo conto delle limitazioni dell'intervallo.



Notiamo esplicitamente che mentre il carico basico aumenta per la deflessione del flap, il carico addizionale non varia in quanto dipende, come già detto, dalla distribuzione delle corde, distribuzione che non varia per la presenza del flap. Con il carico addizionale ci possiamo calcolare la posizione del *a.c.* dell'ala (semiala) con flap esteso

$$\bar{x}_{ac} = \frac{2}{C_L S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot C_{l_a}(y) \cdot \bar{x}_{ac}(y) dy = 0.2475 \quad [24.75\% \text{ di } \bar{c}] \Rightarrow 0.192 \text{ m}$$

$$\bar{y}_{ac} = \frac{2}{C_L S} \int_0^{b/2} c(y) \cdot C_{l_a}(y) \cdot y dy = 0.975 \text{ m}$$

Per calcolare il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico dell'ala (semiala) dobbiamo valutare due contributi

$$C_{M_{a.c.}} = (C_{M_{a.c.}})_b + (C_{M_{a.c.}})_a$$

quello dovuto al carico basico

$$(C_{M_{a.c.}})_b = \frac{2\pi}{S \bar{c}} \int_0^{b/2} [\alpha_{0L} + \varepsilon(y) - \alpha_{0I}(y) - \Delta\alpha_{0I}] \cdot c(y) \cdot [x_{a.c.}(y) - x_{a.c.}] dy = 0.00276$$

e quello dovuto al carico addizionale che è somma di tre aliquote

$$(C_{M_{ac}})_a = (C_{M_{ac}})_a|_0^{\eta_0} + (C_{M_{ac}})_a|_{\eta_0}^{\eta_i} + (C_{M_{ac}})_a|_{\eta_i}^{b/2}$$

Tale approccio è necessario poiché nella zona interessata dal flap i profili subiscono una modifica della curvatura, in particolare una deflessione positiva del flap (verso il basso) comporta un aumento della curvatura positiva.

Per i contributi esterni alla zona interessata dal flap procediamo con i dati relativi ai profili iniziali mentre nella zona centrale dobbiamo valutare il  $C_{m0}$  dei profili maggiormente curvi. A tal fine ci siamo serviti del programma *Javafoil* reperibile all'indirizzo [www.mh-aerotoools.de](http://www.mh-aerotoools.de) con il quale abbiamo valutato il  $C_{m0}$  del profilo di radice *NACA 2418* e del profilo d'estremità *NACA 1412* entrambi con flap deflesso di  $5^\circ$  verso il basso. Poi abbiamo considerato una variazione lineare del  $C_{m0}$  dalla radice all'estremità e utilizzato la parte appartenente alla zona interessata dal flap per il calcolo di  $(C_{Mac})_a$  dovuto ad esso

$$(C_{Mac})_a = \frac{2}{S \bar{c}} \left[ \int_0^{\eta_0} C_{m0}(y) \cdot c^2(y) dy + \int_{\eta_0}^{\eta_i} C_{m0}(y)_{\text{flap}} \cdot c^2(y) dy + \int_{\eta_i}^{b/2} C_{m0}(y) \cdot c^2(y) dy \right]$$

$$(C_{Mac})_a = -0.06378$$

Quindi in definitiva abbiamo che il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico dell'ala è

$$C_{Mac} = -0.06656$$

Il coefficiente di momento rispetto ad *a.c.* è aumentato in valore assoluto ciò è dovuto alla deflessione positiva del flap che modifica la geometria dei profili interessati da esso, in particolare tale deflessione comporta un aumento della curvatura (positiva) dei profili e quindi un aumento (in valore assoluto) del  $C_{Mac}$ .